

การใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนามในการวิจัยทางการศึกษา Using Multivariate Analysis of Variance in Educational Research

กัญจนา ลินทร์ตันศิริกุล

รองศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

บทคัดย่อ

เทคนิคการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยสองกลุ่ม กรณีที่มีตัวแปรตาม 1 ตัว จะใช้การทดสอบค่าที (t-test) และกรณีที่มีสองกลุ่มหรือมากกว่าสองกลุ่มจะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) แต่ในกรณีที่มีตัวแปรตามมากกว่า 1 ตัวและวิเคราะห์พร้อมกันจะใช้ Hotelling's T^2 กรณีที่มี 2 กลุ่ม และใช้ MANOVA ในกรณีที่มีหลายกลุ่ม จะเห็นว่า Hotelling's T^2 เป็นการขยายขอบเขตของ t-test และ MANOVA เป็นการขยายขอบเขตของ ANOVA

คำสำคัญ : การวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม

Abstract

The technique for analyzing the statistical significance of the difference between two independent sample means for a single dependent variable are the t-test and analysis of variance (ANOVA) for two or more groups. In the case of analyzing simultaneously more than one dependent variable, the researcher should use Hotelling's T^2 for two groups and multivariate of variance (MANOVA) for more than two groups. Thus the Hotelling's T^2 is an extension of the t-test, and MANOVA is an extension of ANOVA.

Keyword : Multivariate Analysis of Variance

บทนำ

การวิจัยทางการศึกษา หรือ การวิจัยทางสังคมศาสตร์ในปัจจุบันได้มีการศึกษาตัวแปรที่ซับซ้อนมากขึ้น ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตอบคำถามตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ถ้านักวิจัยใช้การวิเคราะห์ตัวแปรเดียว (univariate analysis) หรือการวิเคราะห์ตัวแปรสองตัว (bivariate analysis) อาจจะไม่เพียงพอที่จะตอบคำถามการวิจัยที่ซับซ้อนได้ การวิเคราะห์ที่เหมาะสมกว่าอาจจะเป็นการวิเคราะห์ตัวแปรพหุนาม ซึ่งการวิเคราะห์ตัวแปรพหุนามมีสถิติทดสอบที่สามารถเลือกใช้ในการวิเคราะห์จำนวนมาก นักวิจัยจะต้องเลือกให้เหมาะสมกับปัญหาวิจัย ในบทความนี้ผู้เขียนมีเจตนาที่จะเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม โดยจะนำเสนอตั้งแต่การวิเคราะห์ตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นพื้นฐานของการวิเคราะห์ตัวแปรพหุนาม พร้อมทั้งตัวอย่างของงานวิจัยทางการศึกษาที่ใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม ตามลำดับ

แนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม

ในการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม กรณีที่มีตัวแปรอิสระ 1 ตัว และตัวแปรตาม 1 ตัว ถ้ากลุ่ม 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ t-test แบบ independent แต่ถ้ากลุ่ม 2 กลุ่มมีความสัมพันธ์กัน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ t-test แบบ dependent ส่วนในการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยมากกว่า 2 กลุ่ม สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance : ANOVA)

สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม (Multivariate Analysis of Variance : MANOVA) เป็นการขยายขอบเขตของการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) กล่าวคือ MANOVA เป็นการศึกษาค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ย (centroid) ของกลุ่มที่มีตัวแปรตามมากกว่า 1 ตัวอาจจะเป็น 2 ตัว หรือมากกว่าก็ได้ และข้อมูลที่ได้จากการวัดตัวแปรตามเป็นข้อมูลเมตริก และในขณะเดียวกันจะมีตัวแปรอิสระอยู่ในรูปกลุ่มตัวแปรซึ่งเป็นข้อมูลนัยเมตริก หากเขียนในรูปทั่วไปทั้ง ANOVA และ MANOVA สามารถเขียนได้ดังนี้ (Hair et al., 2006: 383)

ANOVA

$$Y_1 = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

(เมตริก) (นัยเมตริก)

MANOVA

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

(เมตริก) (นัยเมตริก)

ทั้ง ANOVA และ MANOVA เป็นสถิติที่ใช้ศึกษาความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มกล่าวคือ ANOVA เป็นการศึกษาความแตกต่างระหว่างกลุ่มในกรณีที่มีตัวแปรตามเพียงตัวเดียว ส่วน MANOVA เป็นการศึกษาความแตกต่างระหว่างกลุ่มในกรณีที่มีตัวแปรตามหลายตัว และสามารถศึกษาตัวแปรตามหลายตัวพร้อมกันได้

ANOVA และ MANOVA เป็นสถิติที่นำมาใช้ได้ทั้งแผนแบบการวิจัยเชิงทดลอง (experimental design) และแผนแบบการวิจัยที่ไม่ใช่การทดลอง (nonexperimental design) ในแผนแบบการวิจัยเชิงทดลอง นักวิจัยจะจัดกระทำตัวแปรอิสระ 1 ตัว หรือมากกว่า 1 ตัว แล้วศึกษาผลของตัวแปรอิสระโดยทำการวัดผลจากตัวแปรตาม ส่วนในแผนแบบการวิจัยที่ไม่ใช่การทดลอง ตัวอย่างเช่น การวิจัยเชิงสำรวจ นักวิจัยจะเปรียบเทียบความแตกต่างของเจตคติ ความพึงพอใจของกลุ่มที่ศึกษาระหว่างเพศ สถานภาพสมรสที่แตกต่างกัน

ดังได้กล่าวมาแล้วว่า t-test เป็นสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแตกต่างของกลุ่ม 2 กลุ่ม และ ANOVA เป็นสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแตกต่างของกลุ่ม 2 กลุ่มหรือมากกว่า 2 กลุ่ม ทั้งสถิติ t-test และ ANOVA เป็นการศึกษาตัวแปรตามตัวเดียว สำหรับในการวิเคราะห์ตัวแปรพหุนามเมื่อมีตัวแปรตามหลายตัวในกรณีที่วิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่ม 2 กลุ่มจะใช้สถิติที่เรียกว่า Hotelling's T^2

ส่วนในกรณีที่วิเคราะห์ความแตกต่างของกลุ่มมากกว่า 2 กลุ่ม จะใช้สถิติที่เรียกว่า MANOVA ซึ่งจะขอสรุปดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลจำแนกตามจำนวนกลุ่มในตัวแปรอิสระและจำนวนตัวแปรตาม

จำนวนกลุ่มในตัวแปรอิสระ	จำนวนตัวแปรตาม	
	1 ตัว	2 ตัวหรือมากกว่า
สองกลุ่ม	t-test	Hotelling's T^2
สองกลุ่มหรือมากกว่า	ANOVA	MANOVA

จากตารางดังกล่าว จะขอกกล่าวถึงสถิติแต่ละตัวโดยสังเขปดังนี้

1. t-test เป็นสถิติที่ใช้ในการทดสอบความมีนัยสำคัญระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่ม 2 กลุ่ม โดยการศึกษาค่าตัวแปรตามตัวเดียว

1.1 แผนแบบการวิเคราะห์ ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยในกลุ่มเป็นผลมาจากการสังเกตหรือค่าที่ได้จากการวัดอันเนื่องมาจากการให้สิ่งทดลอง (treatment) ซึ่งสิ่งทดลองที่กำหนดให้เป็นตัวแปรนั้นเมตริก โดยปกติแล้วการกำหนดสิ่งทดลองให้กลุ่มจะพบในแผนแบบการทดลอง สำหรับในการวิจัยที่ไม่ใช่การทดลอง ตัวแปรนั้นเมตริกที่ศึกษาเป็นตัวแปรนามบัญญัติหรือตัวแปรจัดประเภท (categorical variable) เช่น เพศ ในการวิเคราะห์ก็ใช้วิธีการทำนองเดียวกัน

ตัวอย่างแผนแบบการทดลอง เช่น การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนิเวศวิทยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนและแบบโครงงาน โดยกำหนดสมมุติฐานว่าง (H_0) ดังนี้

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

เมื่อ μ_1 คือ ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบสืบสวนสอบสวน

μ_2 คือ ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบโครงงาน

สถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

เมื่อ $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$ คือ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) ของความแตกต่างของค่าเฉลี่ย

จากสถิติทดสอบ t จะเห็นว่า เป็นอัตราส่วนระหว่างผลต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่มที่ได้จากการวัดตัวแปรตาม ซึ่งเป็นค่าความแตกต่างระหว่างกลุ่ม และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ย ซึ่งเป็นค่าความแตกต่างภายในกลุ่ม

1.2 การแปลความหมายของสถิติ t ต้องกำหนดระดับนัยสำคัญหรือ type I error ซึ่งใช้สัญลักษณ์ α แล้วเปรียบเทียบ ค่า t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต (critical value) ของสถิติ t (t_{crit}) สำหรับค่าวิกฤตของสถิติ t ที่ระดับนัยสำคัญ .10 , .05 และ .01 มีค่าดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงค่าวิกฤตของสถิติ t ที่ระดับนัยสำคัญ .10 , .05 และ .01

ระดับนัยสำคัญ	ค่าวิกฤตของสถิติ t
.10	1.64
.05	1.96
.01	2.58

2. ANOVA

t-test เป็นสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม ถ้ากลุ่มที่ต้องการเปรียบเทียบมีมากกว่า 2 กลุ่ม หากใช้ t-test จะมีผลต่อ type I error ดังนั้นสถิติที่เหมาะสมควรเป็น ANOVA

2.1 แผนแบบการวิเคราะห์ ANOVA เป็นสถิติที่ใช้เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยมากกว่า 2 กลุ่ม และสามารถเข้ากับตัวแปรอิสระมากกว่า 1 ตัว ในแต่ละกลุ่มที่เปรียบเทียบควรมีกุ่มตัวอย่าง 20 คน (Hair et al., 2006: 391) แต่ถ้ามีตัวแปรอิสระที่ศึกษาเพิ่มจำเป็นต้องเพิ่มขนาดกลุ่มตัวอย่างด้วย

การทดสอบทางสถิติ จะต้องหาความแตกต่างของสมาชิกภายในกลุ่ม (MS_W) บางที่เรียกว่า error variance และความแตกต่างระหว่างกลุ่ม (MS_B) ซึ่งเป็นผลมาจากการให้สิ่งทดลอง (treatment) สถิติที่ใช้คือสถิติ F (F statistic) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$F_{statistic} = \frac{MS_B}{MS_W}$$

2.2 การแปลความหมายของสถิติทดสอบ F จะต้องกำหนดค่าวิกฤตของ F จากการแจกแจงของ F ซึ่งมี $df = k-1$ และ $N-k$ (k คือจำนวนกลุ่ม และ $N = N_1 + N_2 + \dots + N_k$) และ α แล้วคำนวณค่า F จากข้อมูลที่นักวิจัยเก็บรวบรวม หลังจากนั้นนำค่า F จากการคำนวณเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตของ F จากการเปิดตารางการแจกแจงของ F หากพบว่ามีความแตกต่างกัน จะต้องเปรียบเทียบว่าคู่ใดแตกต่างกันโดยการทดสอบ post hoc

สำหรับค่าวิกฤตของสถิติทดสอบ F ที่ระดับนัยสำคัญ .10, .05 และ .01 (ซึ่งได้จากการนำค่าวิกฤต t ยกกำลังสอง) มีค่าดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงค่าวิกฤตของสถิติทดสอบ F ที่ระดับนัยสำคัญ .10, .05 และ .01

ระดับนัยสำคัญ	ค่าวิกฤตของสถิติ F
.10	2.68
.05	3.84
.01	6.63

3. Hotelling's T^2 : กรณีสองกลุ่ม (The Two – Group Case)

การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่ม กรณีที่มีการศึกษาตัวแปรตามตัวเดียวจะใช้สถิติ t-test แต่ถ้าในกรณีที่มีการศึกษาตัวแปรตามมากกว่า 1 ตัว เช่น การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน และแบบโครงงาน จากตัวอย่างจะเห็นว่ามีความแตกต่าง 2 ตัว คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ และถ้าตัวแปรตามทั้ง 2 ตัว มีความสัมพันธ์กันในการวิเคราะห์ข้อมูลถ้าใช้ t-test วิเคราะห์ตัวแปรตามทีละตัวจะทำให้ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (type I error) หรือ ระดับนัยสำคัญ (α) ที่ตั้งไว้ สูงกว่าความเป็นจริง เช่น นักวิจัยกำหนด $\alpha = .05$ ในแต่ละครั้งที่ทำการทดสอบตัวแปรตามแต่ละตัว ค่าแอลฟา จะเปลี่ยนไปเท่ากับ $[1 - (.95)(.95)]$ ซึ่งเท่ากับ .0975 จะเห็นว่าค่าที่ได้สูงกว่าค่าแอลฟาที่กำหนดไว้ตั้งแต่แรก คือ .05 ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว นักวิจัยจึงจำเป็นต้องใช้สถิติที่เหมาะสมในการทดสอบคือ Hotelling's T^2 หรือ MANOVA ในกรณีที่มี 2 กลุ่ม

Hotelling's T^2 เป็นการขยายขอบเขตของ t-test ในการกำหนดสมมติฐานทางสถิติของ Hotelling's T^2 จะอยู่ในรูปของเซ็นทรอยด์ (centroid) หรือเวกเตอร์ (vector) (คำว่า “เวกเตอร์” เป็นการวัดที่บ่งบอกทั้งขนาดและทิศทาง ตัวอย่างของเวกเตอร์ เช่น ความเร็วซึ่งมาจากการวัดตัวแปร 2 ตัว คือระยะทางและเวลา ดังนั้น ความเร็วหาได้โดยการนำระยะทางหารเวลา สำหรับการวัดที่มีค่าเดียวจะอยู่ในรูปของสเกลาร์ (scalar) ใน MANOVA จะใช้คำว่า “เวกเตอร์” แทนผลรวมของน้ำหนักของตัวแปรตาม)

จากตัวอย่างที่นักวิจัยต้องการศึกษาตัวแปรตาม 2 ตัว คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และเจตคติต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนและแบบโครงงาน และพบว่าตัวแปรตามทั้ง 2 ตัว มีความสัมพันธ์กัน และนักวิจัยต้องการใช้สถิติที่เรียกว่า Hotelling's T^2 (หรือ MANOVA ในกรณีที่มี 2 กลุ่ม) ในการกำหนดสมมติฐานทางสถิติ จะเขียนในรูปของเวกเตอร์ (หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า variate หรือผลรวมของน้ำหนักของตัวแปรเชิงเส้น) ความแตกต่างของการกำหนดสมมติฐานว่าง ใน t-test และ Hotelling's T^2 เป็นดังนี้

t – test

$$H_o : \mu_1 = \mu_2$$

H_o = ค่าเฉลี่ยของทุกกลุ่มเท่ากัน นั่นคือมาจากประชากรกลุ่มเดียวกัน

Hotelling's T^2

$$H_o = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{12} \\ \mu_{22} \end{bmatrix}$$

H_o = เวกเตอร์เฉลี่ยของทุกกลุ่มเท่ากัน นั่นคือ มาจากประชากรกลุ่มเดียวกัน

เมื่อ μ_{11} หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากรของตัวแปรตามตัวที่ 1 ในกลุ่มที่ 1

μ_{12} หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากรของตัวแปรตามตัวที่ 1 ในกลุ่มที่ 2

μ_{21} หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากรของตัวแปรตามตัวที่ 2 ในกลุ่มที่ 1

μ_{22} หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากรของตัวแปรตามตัวที่ 2 ในกลุ่มที่ 2

ข้อสังเกต สัญลักษณ์ที่ใช้ ตัวเลขตัวแรกแทนตัวแปร และตัวเลขตัวที่ 2 แทนกลุ่ม
ดังนั้นในกรณีที่มีตัวแปรตาม p ตัว สามารถเขียนสมมติฐานว่างได้ ดังนี้

$$H_o = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{21} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \mu_{p1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{12} \\ \mu_{22} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \mu_{p2} \end{bmatrix}$$

เมื่อ p แทนจำนวนตัวแปรตาม

ความแตกต่างของ t – test กับ Hotelling's T^2 คือ t – test เป็นสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม แต่ Hotelling's T^2 เป็นสถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบ ค่าเฉลี่ยของเวกเตอร์ ของ 2 กลุ่ม

การคำนวณ Hotelling's T^2 นั้น โดยปกติจะนำเมตริกซ์มาใช้ในการคำนวณ อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวอาจจะยุ่งยากสำหรับผู้ที่ไม่มีพื้นความรู้ทางด้านเมตริกซ์ ดังนั้นจะไม่ขอกล่าวถึงการคำนวณโดยการนำเมตริกซ์มาใช้

ดังได้กล่าวมาแล้วว่า t – test เป็นสถิติที่หาได้จากอัตราส่วนระหว่างผลต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่ม 2 กลุ่มกับความแตกต่างภายในกลุ่มหรือความคลาดเคลื่อน วิธีการดังกล่าวสามารถนำมาใช้กับ Hotelling's T^2 ได้ กล่าวคือ 1) แทนค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามด้วยเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่ม 2) แทนค่าความคลาดเคลื่อนด้วย population covariance matrix

Hotelling เป็นคนแรกที่แสดงให้เห็นว่า T^2 สามารถเปลี่ยนโดยใช้การแจกแจง F โดยมีสูตรดังนี้

$$F = \frac{n_1 + n_2 - p - 1}{(n_1 + n_2 - 2)p} T^2$$

เมื่อ $df = p$ และ $N - p - 1$

p คือ จำนวนของตัวแปรตาม

n_1 และ n_2 คือ ขนาดกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2

การแปลความหมาย Hotelling's T^2

ในทางปฏิบัติ การคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์จะไม่ให้ค่าของ Hotelling's T^2 แต่จะเปลี่ยนค่า T^2 เป็นการแจกแจง F ดังสูตรที่กล่าวมา โดยมีสถิติพหุนามที่พบใน MANOVA 4 ตัวคือ Wilks' lambda, Pillai's trace, Hotelling's trace และ Roy's largest root สถิติแต่ละตัวเป็นการทดสอบความแตกต่าง พหุนามระหว่างกลุ่มและภายในกลุ่ม และคำนวณค่าสัมประสิทธิ์พหุนามที่เปลี่ยนเป็นค่า F ในการศึกษาโดยใช้ MANOVA ที่มีจำนวนกลุ่มมากกว่า 2 กลุ่ม เช่น อาจมี 3 กลุ่ม 4 กลุ่มก็จะพบสถิติทั้ง 4 ตัวข้างต้น

ในการแปลความหมาย ถ้าผลการทดสอบไม่มีนัยสำคัญทางสถิติก็ไม่ต้องวิเคราะห์ต่อ สมมติว่าจากตัวอย่างดังได้กล่าวมาแล้วคือ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ กับเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนและแบบโครงงานไม่แตกต่างกัน

แต่ถ้าผลการทดสอบโดยใช้สถิติทั้ง 4 ตัว (คือ Wilks' lambda, Pillai's trace, Hotelling's trace และ Roy's largest root) พบว่ามีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน และแบบโครงงานแตกต่างกัน ในกรณีนี้นักวิจัยจะต้องทดสอบตัวแปรตามแต่ละตัวโดยใช้ t-test หรือ ANOVA โดยการปรับระดับแอลฟา การปรับระดับแอลฟาจะใช้วิธีการที่เรียกว่า Bonferroni correction การปรับสามารถปรับโดยใช้สูตร $2/p$ เมื่อ p คือจำนวนตัวแปรตาม (Meyers, Gamst and Guarino, 2006 :373) แต่ Hair et al เสนอวิธีการปรับระดับแอลฟาโดยนำระดับแอลฟาที่กำหนดหารด้วยจำนวนของการทดสอบหรือเขียนเป็นสูตรได้ว่า $\text{adjusted } \alpha = \text{overall } \alpha / \text{number of tests}$ (Hair et al 2006 : 424) ตัวอย่างเช่น ถ้านักวิจัยกำหนดระดับนัยสำคัญเท่ากับ .05 และมีการศึกษาตัวแปรตาม 2 ตัว ค่าระดับ นัยสำคัญหรือแอลฟาที่ปรับเท่ากับ .05/2 หรือ .025 ซึ่งเป็นค่าแอลฟาใหม่ และจะใช้ค่าแอลฟาใหม่ในการทดสอบตัวแปรตาม แต่ละตัว

4. MANOVA : กรณี k กลุ่ม (The k-Group Case)

จากการศึกษา t-test และ ANOVA จะเห็นว่า ANOVA เป็นการขยายขอบเขตของ t-test และหากพิจารณา Hotelling's T^2 กับ MANOVA จะพบว่า MANOVA เป็นการขยายขอบเขตของ Hotelling's T^2 เช่นเดียวกัน แผนแบบการวิเคราะห์ที่ใช้ ANOVA สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับ MANOVA ได้ แต่วิธีการทดสอบทางสถิติจะแตกต่างจาก ANOVA สำหรับรายละเอียดของ MANOVA มีดังนี้

1. จุดประสงค์ของ MANOVA

MANOVA เป็นสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างกลุ่มที่มีตัวแปรอิสระ 1 ตัวหรือมากกว่า (ซึ่งเป็นตัวแปรจัดประเภท) และมีการศึกษาตัวแปรตามหลายตัว MANOVA สามารถใช้กับแผนแบบการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง หรือการวิจัยเชิงสำรวจที่มีการวัดตัวแปรอิสระ เป็นแบบจัดประเภท

1.1 MANOVA ควรใช้เมื่อใด

MANOVA มักใช้ในกรณีต่อไปนี้คือ 1) การควบคุมอัตราความคลาดเคลื่อนในการทดลอง (control of experimental error rate) 2) ความแตกต่างระหว่างการรวมของตัวแปรตาม (differences among a combination of dependent variable)

1) การควบคุมอัตราความคลาดเคลื่อนในการทดลอง มักจะเกิดในกรณีที่มีการศึกษาตัวแปรตามหลายตัว และนักวิจัยใช้ ANOVA หรือ t-test วิเคราะห์ตัวแปรตามทีละตัว ตัวอย่างเช่น การวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างกลุ่มในกรณีที่มีการศึกษาตัวแปรตาม 3 ตัว ถ้านักวิจัยใช้ ANOVA โดยกำหนดระดับนัยสำคัญหรือ แอลฟาเท่ากับ .05 ในการวิเคราะห์แต่ละครั้ง และต้องทำการทดสอบทั้งหมด 3 ครั้ง ในกรณีเช่นนี้จะทำให้มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ดังนั้นวิธีการที่เหมาะสมคือ ควรใช้ MANOVA

2) ความแตกต่างระหว่างการรวมของตัวแปรตาม ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ ANOVA มักจะละเอียดในเรื่องของการรวมของตัวแปรตามในเชิงเส้นตรง นอกจากนี้ยังละเอียดในเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามด้วย ดังนั้นการใช้ MANOVA จึงเป็นสถิติที่ดีกว่า

1.2 ประเภทของคำถามที่เหมาะสมกับการใช้ MANOVA คือคำถามการวิจัยที่มีการศึกษาตัวแปรตามหลาย ๆ ตัว และตัวแปรตามเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน

2. การออกแบบการวิจัย การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ MANOVA ใช้หลักการเดียวกับ ANOVA ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

2.1 การเลือกตัวแปร ในกรณีที่มีตัวแปรอิสระ หรือ ตัวแปรทดลอง 2 ตัว หรือมากกว่า 2 ตัว จะใช้แผนแบบการวิจัยที่เรียกว่า factorial design ถ้ามีตัวแปรทดลอง n ตัว เรียกว่า n-way factorial design ตัวแปรอิสระหรือตัวแปรทดลองต้องเป็นตัวแปรนามธรรม สำหรับการวิจัยเชิงสำรวจ ตัวแปรเหล่านี้ คือ คุณลักษณะของผู้ตอบ ส่วนตัวแปรตามต้องเป็นตัวแปรเมตริก

2.2 ขนาดกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม (cell) ต้องมีจำนวนมากกว่าจำนวนของ ตัวแปรตาม แต่ในทางปฏิบัติขนาดของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ควรไม่น้อยกว่า 20 คน (Hair et al., 2006: 402) ถ้าจำนวนของตัวแปรตามเพิ่มขึ้น ขนาดของกลุ่มตัวอย่างก็ควรเพิ่มตาม และในแต่ละกลุ่ม นักวิจัยควรจัดให้มีขนาดกลุ่มตัวอย่างเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน ตัวอย่างเช่น ถ้ามีแผนแบบการทดลองแบบ 2 องค์ประกอบ (two-factor design) และในแต่ละองค์ประกอบมี 2 ระดับ จะมีจำนวนกลุ่มทั้งหมด 4 กลุ่ม ($2 \times 2 = 4$) และในแต่ละกลุ่มต้องมีกลุ่มตัวอย่าง 20 คน ดังนั้นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมดที่ต้องการคือ 80 คน

3. ข้อตกลงเบื้องต้นของ MANOVA มีดังนี้

3.1 กลุ่มตัวอย่างเป็นอิสระจากกัน (independent) หมายความว่าค่าที่สังเกตได้ในแต่ละกลุ่มต้องเป็นอิสระกันทั้งภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม

3.2 เมตริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วม (variance – covariance matrix) ของตัวแปรตามในประชากรต้องเท่ากัน การตรวจสอบแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ 1) ตรวจสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน (homogeneity of variance) ของตัวแปรตามแต่ละตัวโดยใช้ Levene's test 2) ตรวจสอบการเท่ากันของเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมโดยใช้ Box's M test

3.3 ตัวแปรตามทั้งหมดมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร (multivariate normal distribution) การตรวจสอบการแจกแจงปกติหลายตัวแปรยังไม่มีวิธีการทดสอบโดยตรงแต่นักวิจัยส่วนใหญ่จะใช้วิธีการตรวจสอบการแจกแจงปกติของแต่ละตัวแปร โดยใช้ Chi-square goodness of fit หรือ Kolmogorov – Smirnov แต่อย่างไรก็ตามถ้าตัวแปรแต่ละตัวมีการแจกแจงปกติก็ยังไม่อาจมั่นใจได้ว่าตัวแปรทั้งหมดมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปร ซึ่งการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นข้อนี้จะมีผลน้อยมากถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

4. การวิเคราะห์ข้อมูล สถิติที่ใช้ในการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างกลุ่มประชากรใน MANOVA มีสถิติ 4 ตัวคือ Wilks' lambda, Pillai's criterion หรือ Pillai's trace, Roy's greatest characteristic root (Roy's gcr) หรือ Roy's largest root และ Hotelling's trace

Wilks' lambda ใช้ในกรณีที่ขนาดกลุ่มตัวอย่างเท่ากันในแต่ละกลุ่ม และไม่มีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้น

Pillai's criterion ใช้ในกรณีที่ขนาดกลุ่มตัวอย่างในแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน และมีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดว่า เมตริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมของทุกกลุ่มเท่ากัน

Roy's gcr บางทีเรียกว่า Roy's largest eigenvalue ในการคำนวณจะเลือกค่า eigenvalue ที่มีค่าสูงสุด

Hotelling's trace จะเปลี่ยนเป็น Hotelling's T ใช้ในกรณี 2 กลุ่มและผลรวมเชิงเส้นตรงของตัวแปรตามมีค่าต่างกันมากที่สุดในกลุ่มที่ต้องการเปรียบเทียบ

สถิติทั้ง 4 ตัวนี้ Wilk's lambda เป็นสถิติที่เข้าใจง่ายที่สุด ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลจึงใช้ Wilk's lambda มากกว่าวิธีอื่น (Foster, Barkus and Yavorsky, 2006 : 22)

ถ้าเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่าง MANOVA และ ANOVA มี 2 ประเด็นใหญ่ ๆ คือ 1) MANOVA เป็นสถิติที่ศึกษาตัวแปรอิสระหลายตัวและตัวแปรตามหลายตัว 2) ในการวิเคราะห์แทนที่จะใช้ค่า F ในการทดสอบนัยสำคัญ แต่ใช้สถิติอื่นแทนเช่น Wilks' lambda , Pillai's trace, Hotelling's trace และ Roy's largest root

บทสรุป

หากกล่าวโดยสรุปในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ MANOVA นักวิจัยสามารถวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS และในโปรแกรมจะมีการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น เช่น 1) ตรวจสอบว่า ตัวแปรตามทุกตัวมีการแจกแจงปกติหลายตัวแปรหรือไม่ โดยจะทำการทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปรตามแต่ละตัวแปรซึ่งมีหลายวิธี เช่น Kolmogorov - Smirnov 2) ทดสอบเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrix) ของแต่ละกลุ่มว่าแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้ Box's M ส่วนการทดสอบความแตกต่างของเวกเตอร์ของค่าเฉลี่ยตัวแปรตาม ระหว่างกลุ่มตัวแปรอิสระ จะมีสถิติให้ 4 ตัว คือ 1) Pillai's criterion 2) Wilks' lambda , 3) Hotelling's trace และ 4) Roy's largest root ซึ่งในทางปฏิบัตินิยมใช้ Wilks' lambda หากพบว่าผลการทดสอบค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามหลายตัวระหว่างกลุ่มของตัวแปรอิสระมีความแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่ นักวิจัยจะต้องทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามแต่ละตัวระหว่างกลุ่มของตัวแปรอิสระโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) ซึ่งข้อมูลที่จะนำมาทดสอบโดยการใช้ ANOVA นั้น ความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มต้องไม่แตกต่างกัน นักวิจัยสามารถทดสอบโดยใช้ Levene's test ถ้าผลการทดสอบพบว่าค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามมีความแตกต่างกันระหว่างกลุ่มของตัวแปรอิสระอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักวิจัยต้องทดสอบต่อว่าค่าเฉลี่ยของตัวแปรตามกลุ่มใดแตกต่างกันโดยการเปรียบเทียบพหุคูณ (multiple comparison) ต่อไป

ตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม

การนำเสนอตัวอย่างงานวิจัยนี้ ตัดตอนมาจากงานวิจัยของ ดิเรก สุขสุนัย (2547) โดยปรับวัตถุประสงค์ของการวิจัยให้ตรงกับประเด็นการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเสนอเป็นตัวอย่าง ดังนี้

เรื่อง อิทธิพลขององค์ประกอบในโมเดลเคนที่มีต่อผลการปฏิบัติงานวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนของครูในโครงการวิจัยและพัฒนาเพื่อปฏิรูปการเรียนรู้ในโรงเรียน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระที่เป็นประโยชน์ทางวิชาการจากนักวิจัยหลัก (BM1) นักวิจัยภายนอก (BM2) และทีมนักวิจัยภายในสถานศึกษา (BM3) ของครูตามภาคภูมิศาสตร์ที่ต่างกัน

ผลการวิจัย ซึ่งมีตัวอย่างสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังตารางที่ 4 และ 5

ตารางที่ 4 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวแปรอิสระที่เป็นประโยชน์ทางวิชาการ (BM1, BM2 และ BM3) ของครูในภาคภูมิศาสตร์ต่างกัน

ภาคภูมิศาสตร์	BM1		BM2		BM3	
	Mean	SD	Mean	SD	Mean	SD
กลาง	3.519	0.680	3.405	0.755	3.489	0.816
เหนือ	3.163	0.777	3.056	0.821	3.211	0.843
ใต้	3.209	0.724	3.154	0.791	3.176	0.729
ตะวันออกเฉียงเหนือ	3.249	0.821	3.139	0.819	3.409	0.779

หมายเหตุ

1. Box' M = 49.607 , df = (18,1496640.349), p = 0.000
2. Levene's Test : BM1 : F = 0.947 , p = 0.418 , BM2 : F = 0.033 , p = 0.992 , BM3 : F = 0.948, p = 0.417 : df = (3/674)
3. Bartlett's : Likelihood = 0.000, Approx Chi-square = 860.200 , df = 5 , p = 0.000

จากตารางที่ 4 ค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระที่เป็นประโยชน์ทางวิชาการจากนักวิจัยหลัก (BM1) นักวิจัยภายนอก (BM2) และทีมนักวิจัยภายในสถานศึกษา (BM3) ของครูในภาคกลางสูงกว่าทุกภาค ผลการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของสถิติวิเคราะห์พบว่าเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วมของตัวแปร BM1 , BM2 และ BM3 ต่างกันระหว่างกลุ่มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (Box's M = 49.607 , p = 0.000) และค่าสถิติจาก Levene's Test แสดงว่าความแปรปรวนของตัวแปรทั้ง 3 มีความแตกต่างกันระหว่างกลุ่มอย่างไม่มีนัยสำคัญจาก Bartlett's test พบว่าตัวแปร BM1 , BM2 และ BM3 มีความสัมพันธ์กันแสดงว่าสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนามได้

ตารางที่ 5 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนามสาระที่เป็นประโยชน์ทางวิชาการ (BM1 , BM2 และ BM3) ของครูที่อยู่ในภาคภูมิศาสตร์ต่างกัน

Multivariate Tests		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Pillai's Trace		0.055	4.222	9	2022.001	0.000
Wilk's Lambda		0.945	4.245	9	1635.622	0.000
Hotelling's Trace		0.057	4.252	9	2012.000	0.000
Roy's Largest Root		0.038	8.488	3	674.000	0.000

Tests of Between-Subjects Effects							ผลเปรียบเทียบรายคู่
Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	sig.	
ภาคภูมิศาสตร์	BM1	13.444	3	4.481	7.928	0.000	ภาคกลาง>ภาคเหนือ ภาคใต้ ตะวันออกเฉียงเหนือ
	BM2	11.921	3	3.974	6.273	0.000	ภาคกลาง>ภาคเหนือ ภาคใต้ ตะวันออกเฉียงเหนือ
	BM3	11.699	3	3.900	6.208	0.000	ภาคกลาง>ภาคเหนือ ภาคใต้/ ตะวันออกเฉียงเหนือ> เหนือใต้
Error	BM1	380.993	674	0.565			
	BM2	426.931	674	0.633			
	BM3	423.412	674	0.628			
Total	BM1	394.436	677				
	BM2	438.852	677				
	BM3	435.111	677				

จากตารางที่ 5 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม พบว่าเซ็นทรอยด์ของ BM1, BM2 และ BM3 มีความแตกต่างกันระหว่างกลุ่มครูในภาคภูมิศาสตร์ทั้ง 4 ภาคอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (พิจารณาจากตาราง Multivariate Tests ค่า F ของสถิติ Pillai's trace, Wilks' lambda, Hotelling's trace, Roy's largest root มีนัยสำคัญทางสถิติที่ .000) เมื่อวิเคราะห์ต่อกันด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน

(ANOVA) เป็นรายตัวแปร พบว่าค่าเฉลี่ยของตัวแปรทั้ง 3 ตัว มีความแตกต่างระหว่างภาคภูมิศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติทุกตัวแปร เมื่อตรวจสอบด้วยการทดสอบค่าเฉลี่ยรายคู่ด้วย Scheffe' test พบว่าค่าเฉลี่ยตัวแปร BM1 ภาคกลางสูงกว่าภาคเหนือ ภาคใต้และภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ค่าเฉลี่ยตัวแปร BM2 ของภาคกลางสูงกว่าภาคเหนือ ภาคใต้ และภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ค่าเฉลี่ยตัวแปร BM3 ของภาคกลางสูงกว่าภาคเหนือ ภาคใต้ และของภาคตะวันออกเฉียงเหนือสูงกว่าภาคเหนือและภาคใต้ จากการเปรียบเทียบรายคู่แสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยตัวแปร BM1, BM2 และ BM3 ของครูในภาคกลางสูงกว่าทุกภาค

บรรณานุกรม

ดิเรก สุขสุนัย (2547) “อิทธิพลขององค์ประกอบในโมเดลเคนที่มีต่อผลการปฏิบัติงานวิจัยการปฏิบัติการ
ในชั้นเรียนของครูในโครงการวิจัยและพัฒนาเพื่อปฏิรูปการเรียนรู้ทั้งโรงเรียน”วิทยานิพนธ์

ครุศาสตร์มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Foster, J. , Barkus, E. and Yovorsky, C. 2006 *Understanding and Using Advanced Statistics*.
Thousand Oaks, California: SAGE Publications Inc.

Hair , J.F. Black , W.C., Babin, B.J., Anderson, R.E. and Tatham, R.L. 2006 *Multivariate
Data Analysis*. 6th ed. Saddle River : Prentice-Hall.

Meyers, L.S. , Gamst, G. and Guarino, A.J. 2006 *Applied Multivariate Research
Design and Interpretation*. Thousand Oaks, California: SAGE Publications.

Warner, R.M. 2008 *Applied Statistics From Bivariate Through Multivariate
Techniques*. Thousand Oaks, California : SAGE Publications.